

2024 中国研究生创“芯”·EDA 精英挑战赛

赛题指南

一、 赛题名称

S 参数的有理分式建模

二、 命题单位

北京华大九天科技股份有限公司

三、 赛题主席

叶佐昌（清华大学）

四、 所需知识背景

1. 专业背景不限。本赛题的核心是对 S 参数进行拟合和优化，适合电子信息、自动化、微电子、数学等专业对数据拟合以及基本优化算法有一定了解的同学参加。

2. 参赛者可以使用 C++语言、Matlab 或者 Python 等编程方法实现本赛题。

五、 赛题背景

当电路工作频率达到射频时，集总电路元件不再能够很好地近似这些元件的复杂行为。导电材料中的涡流、电介质中的弛豫现象等与频率相关的效应俱化为瞬态模型公式中电阻、电感和电容矩阵在频域中的变化。因此，其频率相关的电磁行为完全由被测多端口设备（DUT）的频率响应捕获，并用 S 参数矩阵表示。

S 参数又称为散射参数，它是建立在入射波、反射波关系基础上的网络参数，它反映了 DUT 各端口之间的信号关系。 S 参数通常是定义在频域上的。电路仿真中常用 S 参数描述无源器件（如电容，电感，传输线等）的频率响应特性。无源器件的 S 参数通常来源于对该器件的电磁场仿真、实际测量或者物理模型。此时器件的 S 参数是定义在某个频率范围中且在离散的频点上的矩阵。描述器件性能的 S 参数以文本格式被储存在 TouchStone(TS)文件中。

在实际的电路仿真中包含形形色色的器件，其中也包括利用上述 S 参数刻画的无源器件。定义在频域中的 S 参数无法直接用于时域的电路仿真，需要对 S 参数进行建模。无源性和因果性是 S 参数模型的两个重要性质，对电路仿真的精度和收敛性有极大地影响，检查和校正 S 参数模型的无源性和因果性是电路仿真器处理 S 参数的必备功能。

通常有两种方法去处理带 S 参数的器件：

1. 将频域的 S 参数通过逆傅里叶变换转化为时域的冲激响应，在电路的瞬态仿真中使用。此时需要对 S 参数在频域上进行插值和频率延拓。来自 TS 文件的 S 参数有可能不满足无源器件的因果性和无源性的要求，直接做逆傅里叶变换得到的时域冲激响应有可能导致电路瞬态仿真出现错误，因果性和无源性校正必不可少。

2. 有些电路仿真需要将无源器件等效为一个子电路，从而嵌入到整个电路系统中进行仿真。此时需要建立满足因果性的 S 参数有理分式模型，再通过无源性校正使得这个有理分式模型具有无源性。利用有理分式的模型参数和电路元件的对应关系，将无源器件转化为子电路。

本赛题就第二个方法中的有理分式建模设计赛题。即对一个多端口的 S 参数建立有理分式模型，并且需要满足两个约束条件：

- 频率等于 0 时 S 参数的误差几乎为 0
- 频率趋于无穷时 S 参数保持无源性

通过对建模精度、约束条件的满足情况以及计算效率的评价给出最终成绩。

六、赛题解析

本赛题通过数学拟合的方法为 S 参数建立有理分式模型，得到的有理分式包含极点、留数和常数项。同时为了后续电路仿真的正确性，该有理分式模型除了具有较高的精度，还需要满足一

些约束条件。

具体建模过程如下：

6.1 原始 S 参数数据集

给定 S 参数的原始数据集 Ω ：

$$\Omega = \{(f_p, S_p), p=1, \dots, N\} \quad (1)$$

其中， f_p 是第 p 个频率点， S_p 是 f_p 对应的 S 参数值，该数据集包含了 N 个频点和 N 个 S 参数。各个频率点从小到大进行排列，通常第一个频点对应的频率是 0，即 $f_1=0$ 。而该数据集最大的频率为 $f_{max} = f_N$ 。

对于多端口器件，S 参数是一个方阵，其维数等于系统的端口数 M 。端口数最小是 2，通常是十几或几十，几百上千的端口数也有。也就是说，原始数据集中的 S_p 是一个 $M \times M$ 复数矩阵，而且这个矩阵通常满足互易性，即 S_p 是一个对称复数矩阵。

这个数据集往往通过实验测量或者场求解器等方法得到。

6.2 建立有理分式模型

建立有理分式模型就是用一个特定的数学公式拟合原始 S 参数，拟合的自变量是频率，拟合的对象是 S 参数。由于 S 参数是一个矩阵，其每一个矩阵元随着频率的变化都可以视为一个拟合对象，对 S 参数的第 i 行第 j 列的矩阵元，所采用有理分式的公式为：

$$F_{ij}(f) = \sum_{k=1}^{N_{qc}} \left(\frac{c_{kc}(i,j)}{j2\pi f - a_{kc}} + \frac{c_{kc}^*(i,j)}{j2\pi f - a_{kc}^*} \right) + \sum_{k=1}^{N_{qr}} \left(\frac{c_{kr}(i,j)}{j2\pi f - a_{kr}} \right) + d(i,j),$$

$$i, j = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

$F_{ij}(f)$ 是和 S 参数第 (i, j) 矩阵元相关的有理分式函数，包含极点、留数和常数项三类参数。

极点出现在分母上，包括复数极点和实数极点。复数极点必须以共轭的形式出现，而且所有极点的实部都必须小于 0。上述要求是为了拟合得到的系统具有因果性和稳定性，同时逆傅里叶变换后得到的时域冲激响应是实函数。 a_{kc} 和 a_{kc}^* 是拟合得到的第 k 对复共轭极点， N_{qc} 是复共轭极点的对数。 a_{kr} 是第 k 个实极点， N_{qr} 是实极点的个数。总的极点数 $N_q = 2N_{qc} + N_{qr}$ 。各个极点数也是拟合的对象。

相应分子的参数被称为留数。 $c_{kc}(i, j)$ 和 $c_{kc}^*(i, j)$ 分别是拟合 S 参数第 (i, j) 矩阵元得到的与复共轭极点 a_{kc} 和 a_{kc}^* 对应的留数，这两个留数需要满足共轭性。类似 $c_{kr}(i, j)$ 是拟合 S 参数第 (i, j) 矩阵元得到的与 a_{kr} 对应的留数。

$d(i, j)$ 是拟合 S 参数第 (i, j) 矩阵元得到的常数项。

需注意在这个赛题中，各个矩阵元对应的留数和常数项可以互不相同，但极点必须相同。这样可以用矩阵的形式写出这个有理分式模型：

$$F(f) = \sum_{k=1}^{N_{qc}} \left(\frac{C_{kc}}{j2\pi f - a_{kc}} + \frac{C_{kc}^*}{j2\pi f - a_{kc}^*} \right) + \sum_{k=1}^{N_{qr}} \left(\frac{C_{kr}}{j2\pi f - a_{kr}} \right) + D \quad (3)$$

这里 $F(f)$ 是拟合得到的有理分式模型， C_{kc} 和 C_{kc}^* 是复极点对应的留数矩阵， C_{kr} 是实极点对应的留数矩阵， D 是常数矩阵。可以看到当 $f \rightarrow \infty$ 时， $F = D$ ，也就是 D 表征了 S 参数在频率极大时的值。这些矩阵的维数均为 $M \times M$ 。

增加极点数一般会提升拟合精度，但也会导致拟合的时间增加、后续无源性校正的计算代价增加以及对应电路的规模增加，所以希望在能够满足精度的同时，尽可能减少极点数目。

由于极点的存在，该模型是非线性的。参赛者可以用各种非线性拟合的方法进行建模。工业界最常使用的方法是矢量拟合[1][2]。矢量拟合的优点是拟合效果好、速度快，一旦预先确定好极点数，复共轭极点和实极点数会自动进行调整，而且对初值的依赖性较弱。

在矢量拟合中，首先确定极点。一旦极点确定，留数和常数项可以通过对每个 S 参数的矩阵元线性拟合得到。

6.3 有理分式模型需满足的条件

在上一节提到，极点的实部必须小于 0 并且复极点和对应的留数必须以共轭的形式成对出现。

除此之外，需要在频率等于 0 时模型得到的 S 参数必须和原始 S 参数在频率等于 0 的值完全相同。

此外，由于系统无源性的要求，还需要常数项组成的矩阵 D 必须满足无源性，即 D 矩阵的最大奇异值不能超过 1。

七、 赛题描述

7.1 输入文件说明

本赛题提供 S 参数的 TS 输入文件，该文件为纯文本格式。现在就一个具体例子说明，设其文件名为：`pll_sa_doubler.s5p`

1. 文件名后缀 `s*p`，这里 `*` 给出端口数。本实例中 `*` 是 5，说明这是一个 5 端口的 S 参数文件。

2. 文件中数据的基本格式如下：红字表示说明，不在 TS 文件中。

`! Touchstone simulation data from EMX version 5.3 (! 表示注释)`

`# Hz S RI R 50`

(#提示符，表示 S 参数信息。Hz 表示频率单位，S 表示是 S 参数，RI 表示实部、虚部格式，R 表示特征阻抗，50 表示特征阻抗为 50 欧姆)

`0.000000e+00(表示频率为 0) -5.221987416693278e-01(S11 的实部)`

`0.0000000000000000e+00(S11 的虚部) 3.482576411537554e-01(S12 的实部)`

`0.0000000000000000e+00(S12 的虚部)`

在频率点 $f=0$ ，依次给出 $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{21}, S_{22}, \dots, S_{55}$ 的实部和虚部。

`1.000000e+08`

`-5.220987393393325e-01`

`7.172586297747178e-03`

3.481509282236391e-01 -6.404849234629056e-03 4.549808275515757e-01
6.292337434453435e-03 3.488989235166241e-01 -7.000552836620823e-03
3.700369993188242e-01 -1.303546722063304e-03

在频率点 $f=1e8$ ，依次给出 $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{21}, S_{22}, \dots, S_{55}$ 的实部和虚部。

以下以此类推，整个文件给出不同频率下的 S 参数。

7.2 输出文件说明

参赛者通过 **TS** 文件得到 S 参数，然后利用某种数学方法拟合的方法建立有理分式模型，最终输出有理分式模型的参数。

每个参赛队最终给出一个文件，文件名为：******_model.dat**

这里 ******** 是参赛队用于标识自己队伍的字符串。文件内部以纯文本的方式给出结果，注意用高精度的数据格式以避免我们验证时产生精度损失。

在文件中，依次给出极点、留数和常数项。

在输出极点数时，第一行给出标识符 **Poles**，然后接三个整数： N_q ， N_{qc} 和 N_{qr} 分别表示总的极点数，复共轭极点的对数，实极点数，满足 $N_q = 2N_{qc} + N_{qr}$ 。

下面每行依次给出每个复极点的实部和虚部。注意复极点的总数是 $2N_{qc}$ 个，两两互为共轭。共轭的两个极点必须输出在相邻的行中，即第一个和第二个极点共轭，第三个和第四个极点共轭，以此类推。

给出所有复极点的后，每行给出一个实极点。基本数据格式如下：

Poles: N_q N_{qc} N_{qr}

第一个复极点的实部 第一个复极点的虚部

第二个复极点的实部 第二个复极点的虚部

.....

第 $2N_{qc}$ 个复极点的实部 第 $2N_{qc}$ 个复极点的虚部

第一个实极点

.....

第 N_{qr} 个实极点

在输出极点后，紧接着输出留数。注意留数的输出顺序和极点顺序必须完全一致。每个极点的留数对应的是一个 $M \times M$ 的矩阵，复极点的留数对应的是复矩阵，实极点的留数对应的是实矩阵。

第一行给出提示符 **Residues**，然后给出端口数 M 。

每行输出 $M \times M$ 矩阵的各个矩阵元，复矩阵每个矩阵元包括实部和虚部两个数，按照实部和虚部的顺序输出一个复矩阵元，等同于 TS 文件的 RI 输出格式。因此，一个复矩阵共输出 $2M^2$ 个实数，一个实矩阵输出 M^2 个实数。其数据格式如下：

Residues: M

第一个复极点对应的留数 (共 $2M^2$ 个实数)

第二个复极点对应的留数 (共 $2M^2$ 个实数)

.....

第 $2N_{qc}$ 个复极点对应的留数(共 $2M^2$ 个实数)

第一个实极点对应的留数 (共 M^2 个实数)

.....

第 N_{qr} 个实极点对应的留数 (共 M^2 个实数)

最后输出常数矩阵。这个矩阵是一个 $M \times M$ 的实矩阵。第一行给出提示符：**Hinf**，然后给出其维数 M 。下面一行给出其矩阵元共输出 M^2 个实数。

其数据格式如下：

Hinf: M

常数项所包含的 M^2 个实数

我们会读取该输出文件，用一个统一的精度误差公式对该有理分式模型进行精度检查，同时检查该模型是否满足所提出的约束条件。最终赛题得分取决于模型精度、建模过程所花的时间以及约束满足的情况。

八、参考资料

前述矢量拟合以及无源性校正的一个具体开源代码实现为：

<https://github.com/yezuochang/pmm>

输入 TS 文件，运行这个代码可以输出利用矢量拟合得到的有理分式模型，并进行了无源性校正。参赛者只需关注这个开源代码中的矢量拟合实现即可。

九、测评标准

总分 100 分，测评 10 个例子，每个例子 10 分。拟合精度评价占 50%，约束条件满足情况占 20%，效率占 30%。

误差计算：

$$\text{err} = \frac{\sum_{p=1}^N \text{norm}(F_p - S_p)}{\sum_{p=1}^N \text{norm}(S_p)}$$

这里 err 是用于评价拟合精度的误差， S_p 是原始 S 参数在频率 f_p 处的矩阵， F_p 是利用有理分式在频率 f_p 处计算得到的 S 参数矩阵，即利用公式 (3) 计算 F_p ： $F_p = F(f_p)$ ， $\text{norm}(\cdot)$ 是矩阵的 2-范数， N 是原始数据的频点数。

为了避免参赛者可能用巨大数量的极点去进行拟合，我们定义精度指标 K ：

$$K = \text{err} \times N_q$$

这里 N_q 是总极点数。

每一个测例总分 10 分：

(a) 精度评价：

- 利用参赛者的模型误差和极点数计算得到 K ，最小值 K_{min} 得满分 (5 分)。
- 其他选手的得分按照下面公式计算

$$5 \times \frac{K_{min}}{K}$$

注意如果有理分式模型不满足极点的实部小于等于 0 且复极点和留数两两共轭，该例子不能得分。

(b) 约束条件评价：

- 满足 $f=0$ 的 S 参数误差小于 10^{-10} 得 1 分，否则不得分。
- 公式(3)中常数矩阵 D 无源，即满足 D 矩阵最大奇异值小于等于 1 得 1 分，否则不得分。

(c) 计算效率评价：

当参赛者的模型误差大于 10% 该项得分为 0 分。当模型误差小于 10%，各位参赛者按照运行时间由短到长进行排序。最短时间 T_{min} 对应满分 (3 分)，时间 T 对应得分为：

$$3 \times \frac{T_{min}}{T}$$

可以使用多线程提升计算效率。

十、 参考文献

- [1] B. Gustavsen and A. Semlyen, “Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 14, no. 3, pp. 1052–1061, Jul. 1999.
- [2] P. K. Goh, “Broadband Macromodeling Via a Fast Implementation of Vector Fitting with Passivity Enforcement,” B.S., University of Illinois at Urbana-Champaign, 2007.